***Домашнее задание № 2***

Тема: Построение математической модели технологической операции

Содержание

1. Исходные данные
2. Математическая модель
3. Экспериментальные значения
4. Идентификация модели
5. Оценка адекватности модели

Список использованных источников

***Задание.*** Для одной из операций технологического процесса (работа №1) выбрать закон рассеяния процесса и 15…25 случайных значений выходного параметра в пределах допуска.

Предполагая, что математическая модель выходного параметра может быть записана зависимостью вида *W* = *C⋅x1α1*⋅…⋅xn*αn*, выполнить идентификацию модели путем расчета коэффициентов *C*, *α1*, …, *αn*, Оценить адекватность модели.

***Пример:***

***…..***

 ***2. Математическая модель***

Тангенциальная составляющая силы резания *Pz*, описывается формулой

|  |  |
| --- | --- |
| *Pz = C⋅sα⋅vβ⋅tγ,* |  (1) |

где s – продольная подача (мм/об); v – скорость резания (мм/с); t – глубина резания (мм); С, α, β, γ – неизвестные коэффициенты.

 ***3.Экспериментальные значения***

Результаты проведенных экспериментов по измерению тангенциальной составляющей силы резания приведены в таблице 1.

Таблица 1-Экспериментальные значения выходного параметра

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **n** | **s** | **v** | **t** | **Pz** |
| 1 | s1 | v1 | t1 | Pz1 |
|  |  |  |  |  |
| j | sj | vj | tj | Pzj |

 ***4.Идентификация модели***

Для определения коэффициентов модели используем метод наименьших квадратов, согласно которому наилучшими являются коэффициенты, минимизирующие сумму квадратов отклонений реальных наблюдений *Pz* от соответствующих значений, полученных с помощью модели *Pz* *М* :

|  |  |
| --- | --- |
| . | (2) |

 Для решения поставленной задачи прологарифмируем выражение (1):

|  |  |
| --- | --- |
| ln(Pz) = ln(C)+α⋅ln(s)+β⋅ln(v)+γ⋅ln(t). |  |

Введем обозначения:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  (3) |

Тогда выражение (2) можно записать в виде:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Чтобы найти коэффициенты , α, β, γ, обеспечивающие минимум величины S, необходимо продифференцировать S по каждому из коэффициентов, приравнять нулю полученные частные производные и решить полученную систему линейных алгебраических уравнений относительно , α, β, γ. Получим систему линейных алгебраических уравнений четвертого порядка относительно , α, β, γ:

|  |  |
| --- | --- |
| : |  (4) |

Если записать систему уравнений (4) в матричной форме

|  |  |
| --- | --- |
| АХ=В, |  (5) |

коэффициенты матриц А и В можно вычислить по формулам:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  (6) |

Подставив в соотношения (6) значения из табл. 2, предварительно прологарифмировав их, получим значения коэффициентов аij матрицы **А** и значения коэффициентов bj столбца свободных членов **В**. Решив систему линейных алгебраических уравнений (4), получим значения искомых коэффициентов , α, β, γ, C=, которые необходимо подставить в исходную модель (1).

  ***5.Оценка адекватности модели***

Математически задача проверки адекватности модели формулируется как задача проверки предположения о том, что значение отклика модели PzM отличается от реального отклика системы Pz не более, чем на заданную величину ε1:

|  |  |
| --- | --- |
| ε = |Pz – PzM| ≤ ε1.  |  (7) |

Истинное значение отклика системы обычно неизвестно. Полученный в результате эксперимента отклик Pzj в силу неконтролируемого дрейфа системы, разброса характеристик ее элементов и, наконец, ошибок измерения представляет собой случайную величину, отличающуюся от Pz. Поэтому при сравнении результатов физического и математического экспериментов (Pzj , PzMj) будет получена совокупность случайных величин {εj}, вычисляемых как:

|  |  |
| --- | --- |
| εj=| Pzj ‑ PzMj |,     j=1,2,…,n ; |  (8) |

Среди полученных значений могут оказаться как величины, удовлетворяющие, так и не удовлетворяющие условию (7).

Для проверки адекватности модели (1) сформируем таблицу, содержащую значения PzMj и εj, вычисленные по формулам (1) и (8) при тех же значениях s, v, t, что и экспериментальные данные Pz (см. табл. 2).

## Таблица 2

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **n** | **PzM** | **ε** |
| j | PzMj | εj |

По представленным в таблице 2 результатам необходимо вычислить статистику:

|  |  |
| --- | --- |
| , |  (9) |

где ν1 – количество значений εj, удовлетворяющих условию εj<ε1; ν2 – количество значений εj, удовлетворяющих условию εj≥ε1 (причем n=ν1+ν2).

Значение статистики (9) необходимо сравнить с пороговым значением χ2-критерия () при принятом уровне риска αдов (см. табл. 3). Если U≤, наблюдаемые отклонения частот от соответствующих вероятностей можно объяснить случайностью, и экспериментальные данные не противоречат гипотезе об адекватности модели. Если U>, то наблюдаемые отклонения не случайны и гипотеза об адекватности модели должна быть отвергнута.

Таблица 3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| χ21,αдов | 2.706 | 3.841 | 5.024 | 6.635 | 7.879 |

Порядок расчета с помощью системы инженерных расчетов:

1. Вычислить логарифмы элементов массивов **sj**, **vj**, **tj**, **Pzj** с помощью выражений (3).
2. Вычислить коэффициенты матриц **А** и **В** при помощи соотношений (6).
3. Получить решение системы уравнений (5) в виде вектора **X**=(,α,β,γ).